第19講　積分の基本

19

［A］　不定積分を求めよ．ただし，積分定数には C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int\frac{x+\cos^2 x}{x\cos^2 x}dx$

(2) $\displaystyle\int(\sin 2x+\cos 3x)dx$

(3) $\displaystyle\int(e^x+1)^2dx$

(4) $\displaystyle\int(2x+1)^{10}dx$

(5) $\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)(x+2)}dx$

［B］　定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}dx$

(2) $\displaystyle\int_0^\pi\sin 3x\cos 2x\,dx$

(3) $\displaystyle\int_1^2(x-1)^4(x+1)dx$

(4) $\displaystyle\int_0^\pi\sin^2 2x\,dx$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 19 講　積分の基本

19　定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan x+\frac{1}{\tan x}\right)^2 dx$

(2) $\displaystyle\int_{0}^{1}\left(e^x+\frac{1}{e^x}\right)^2 dx$

(3) $\displaystyle\int_{0}^{\pi}\cos^2 4x\,dx$

(4) $\displaystyle\int_{1}^{2}\frac{(x^2+1)^2}{x}dx$

(5) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\tan x}dx$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 19 講　積分の基本

19

［A］ 不定積分を求めよ．ただし，積分定数には C を用いよ．

(1) $\displaystyle\int\frac{x+\cos^2 x}{x\cos^2 x}dx$

(2) $\displaystyle\int(\sin 2x+\cos 3x)dx$

(3) $\displaystyle\int(e^x+1)^2dx$

(4) $\displaystyle\int(2x+1)^{10}dx$

(5) $\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)(x+2)}dx$

［B］ 定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}dx$

(2) $\displaystyle\int_0^\pi\sin 3x\cos 2x\,dx$

(3) $\displaystyle\int_1^2(x-1)^4(x+1)dx$

(4) $\displaystyle\int_0^\pi\sin^2 2x\,dx$

【答】 ［A］ (1) $\tan x+\log|x|+C$ (2) $-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{3}\sin 3x+C$

(3) $\dfrac{1}{2}e^{2x}+2e^x+x+C$ (4) $\dfrac{1}{22}(2x+1)^{11}+C$ (5) $\log\left|\dfrac{x+1}{x+2}\right|+C$

［B］ (1) $\log 2$ (2) $\dfrac{6}{5}$ (3) $\dfrac{17}{30}$ (4) $\dfrac{\pi}{2}$

【解説】 ［A］ (1) $\displaystyle\int\frac{x+\cos^2 x}{x\cos^2 x}dx=\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{x}\right)dx=\boldsymbol{\tan x+\log|x|+C}$

(2) $\displaystyle\int(\sin 2x+\cos 3x)dx=\boldsymbol{-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{3}\sin 3x+C}$

(3) $\displaystyle\int(e^x+1)^2dx=\int(e^{2x}+2e^x+1)dx=\boldsymbol{\frac{1}{2}e^{2x}+2e^x+x+C}$

(4) $\displaystyle\int(2x+1)^{10}dx=\frac{1}{11}(2x+1)^{11}\cdot\frac{1}{2}+C=\boldsymbol{\frac{1}{22}(2x+1)^{11}+C}$

(5) $\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)(x+2)}dx=\int\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=\log|x+1|-\log|x+2|+C$

$\displaystyle=\boldsymbol{\log\left|\frac{x+1}{x+2}\right|+C}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［B］（1）$\displaystyle\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1}dx=\Big[\log(x^2+1)\Big]_0^1=\mathbf{\log 2}$

（2）$\displaystyle\int_0^\pi \sin 3x\cos 2x\,dx=\int_0^\pi \frac{\sin 5x+\sin x}{2}dx=\left[\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{5}\cos 5x-\cos x\right)\right]_0^\pi=\mathbf{\frac{6}{5}}$

（3）$\displaystyle\int_1^2 (x-1)^4(x+1)\,dx=\int_1^2 \{(x-1)^5+2(x-1)^4\}\,dx=\left[\frac{1}{6}(x-1)^6+\frac{2}{5}(x-1)^5\right]_1^2$

$\displaystyle=\frac{1}{6}+\frac{2}{5}=\mathbf{\frac{17}{30}}$

（4）$\displaystyle\int_0^\pi \sin^2 2x\,dx=\int_0^\pi \frac{1-\cos 4x}{2}dx=\left[\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{4}\sin 4x\right)\right]_0^\pi=\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講　積分の基本

19　定積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan x+\frac{1}{\tan x}\right)^2dx$

(2) $\displaystyle\int_0^1\left(e^x+\frac{1}{e^x}\right)^2dx$

(3) $\displaystyle\int_0^{\pi}\cos^2 4x\,dx$

(4) $\displaystyle\int_1^2\frac{(x^2+1)^2}{x}dx$

(5) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\tan x}dx$

【答】 (1) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　(2) $\dfrac{e^4+4e^2-1}{2e^2}$　(3) $\dfrac{\pi}{2}$　(4) $\dfrac{27}{4}+\log 2$　(5) $\dfrac{1}{2}\log 3$

【解説】 (1)

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan x+\frac{1}{\tan x}\right)^2dx=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan^2 x+\frac{1}{\tan^2 x}+2\right)dx=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{\tan x}+\tan x\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}=\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{3}}}$$

(2)

$$\int_0^1\left(e^x+\frac{1}{e^x}\right)^2dx=\int_0^1(e^{2x}+e^{-2x}+2)dx=\left[\frac{1}{2}e^{2x}-\frac{1}{2}e^{-2x}+2x\right]_0^1=\boldsymbol{\frac{e^4+4e^2-1}{2e^2}}$$

(3)

$$\int_0^{\pi}\cos^2 4x\,dx=\int_0^{\pi}\frac{1+\cos 8x}{2}dx=\left[\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{8}\sin 8x\right)\right]_0^{\pi}=\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$$

(4)

$$\int_1^2\frac{(x^2+1)^2}{x}dx=\int_1^2\left(x^3+2x+\frac{1}{x}\right)dx=\left[\frac{1}{4}x^4+x^2+\log|x|\right]_1^2=\boldsymbol{\frac{27}{4}+\log 2}$$

(5)

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\tan x}dx=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\cos x}{\sin x}dx=\Big[\log|\sin x|\Big]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=\boldsymbol{\frac{1}{2}\log 3}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。